平成１８年度ディジタル信号処理Ａ・Ｃ課程試験問題　平成１９年２月７日

問１　図１に示す離散時間線形システムＡが与えられている。以下の設問に答えよ。

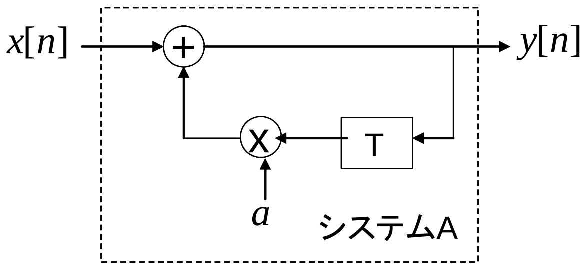

図１　離散時間線形システムＡ

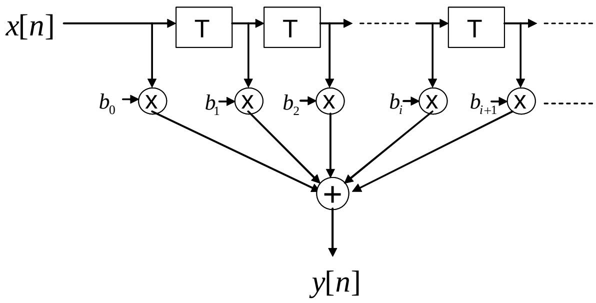

図２　FIR フィルタ

（１）　システムＡの伝達関数 $H_A(z)$ を求めよ。

（２）　システム Ａ が安定となるための a の条件を与えよ。

（３）　（２）で示した条件を満たすように、a を具体的に与え、当該システムのインパルス応答を図示せよ（ただし $a \neq 0$ とすること）。このとき、横軸は時間 n とせよ。

（４）　システム Ａ を図２に示す無限数の遅延タップ素子からなる FIR フィルタで再構成する。ただし、a は（３）で与えたものと同じ値とする。定数 b_i を求めよ。

（５）　システムＡの逆特性となるシステムＢを求め、ブロック図で描け。

問２　-B～B[Hz]に帯域制限された信号 X(t)について考える。以下の設問に答えよ。

（１）　信号 $X(t)$ を周期 T のサンプリング関数 $S(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-nT)$ でサンプリングした信号を $X_S(t)$ とする。$X_S(t)$ を、$X(t)$ を用いて与えよ。

（２）　$X_S(t)$ から元の信号 $X(t)$ を完全に再現できるようにするためのサンプリング周期 T の条件を与えよ。

（３）　$X_S(t)$ を入力信号とするフィルタ R を考える。T が（２）の条件を満たすとき、フィルタ R の出力が $X(t)$ となるようなフィルタの伝達関数を与えよ。

問３　有限時間長の離散時間信号 $f[n]$（$n=0\sim N\text{-}1$）に対する離散フーリエ変換（DFT）$F[k]$（$k=0\sim N\text{-}1$）が $F[k]=\sum_{n=0}^{N-1} f[n]e^{-j2\pi nk/N}$ で与えられている。以下の設問に答えよ。

（１）$f[n]$ が実数であるとき、$F^*[k]=F[(N-k)\%N]$ となることを証明せよ。ここで、$F^*[k]$ は $F[k]$ の複素共役を、A%B は A を B で割った余りを表す。

（２）$f[n]$ が連続時間信号 $f_O(t)$ をサンプリング周期 T でサンプリングした信号であるものとする。このとき、離散時間軸 n の時刻 m と時刻 m+1 の間の実際の時間間隔は T である。では、離散周波数軸 k 上での周波数 i と周波数 i+1 の間の実際の周波数間隔はどう与えられるか？その理由と共に記述せよ。