

ディジタル信号処理 (AC 課程履修者) 練習問題 H 17 年度版

H18/2/3 ver.1.1

- ・ 試験は本練習問題の範囲で出題します。
- ・ 誤りや補足すべき事項等が発見された場合、修正を施します。web ページは頻繁に確認しておくようお願いいたします。修正箇所は本稿最終ページの履歴に掲示します。
(<http://mobcom01.is.kyushu-u.ac.jp/~furuhiro/>)
- ・ 模範解答は提示せず、質問を随時受け付けます。希望者は、furuhiro@is.kyushu-u.ac.jp へ連絡をください。

練習問題 1

離散フーリエ変換(DFT)および逆離散フーリエ変換(IDFT)がそれぞれ次のように与えられている。

$$\text{DFT: } X[m] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j2\pi mn/N} \quad \dots (A)$$

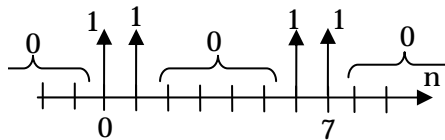
$$\text{IDFT: } x[n] = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} X[m] e^{j2\pi mn/N} \quad \dots (B)$$

なお、n,m ともに 0~N-1 の整数である。

- (1) $X_c[m] = \delta[m] = \begin{cases} 1 & (m=0) \\ 0 & (0 < m < N) \end{cases}$ とし、 $X_c[m]$ の IDFT、 $x_c[n]$ を求めよ。
- (2) 式(A)で与えられる伝達関数 $X[m]$ を時間関数 $X[n]$ とおき、 $X[n]$ の DFT を $x[m]$ により与えよ。ただし、 $k \geq N$ のとき、 $\delta[k] \rightarrow \delta[k \% N]$ ($k \% N$ は k を N で割った余り) を用いること。
(ヒント: $\sum_{n=0}^{N-1} X[n'] e^{-j2\pi m'n/N}$ に(A)を代入してみよ。)
- (3) (2)において、 $k \geq N$ のとき $\delta[k] \rightarrow \delta[k \% N]$ と置いた理由を考察せよ。
- (4) $x_d[n] = \delta[(n-k+N) \% N]$ (ただし、 $k=0 \sim N-1$) の DFT、 $X_d[m]$ を求めよ。

練習問題 2

下記のサンプリング系列 $s[n]$ が与えられている。



- (1) $s_c[n] = s[n] * s[n]$ を求め、 $n=-5 \sim 20$ の範囲で図示せよ。ここで、" * " はたたみ込み演算を表し、
 $s_c[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s[k] s[n-k]$ で与えられる。
- (2) 8 点 DFT すなわち $N = 8$ の DFT を考える。 $s[n]$ (ただし、 $n=0 \sim 7$) に対する 8 点 DFT、 $S_{DFT}[m]$ (ただし、 $m=0 \sim 7$) を求めよ。
- (3) $C[m] = (S_{DFT}[m])^2$ (ただし、 $m=0 \sim 7$) を求め、 $C[m]$ の IDFT、 $c[n]$ (ただし、 $n=0 \sim 7$) を求めよ。

- (4) $s[n]$ の離散時間フーリエ変換(DTFT) $S[m]$ の自乗は、 $s_c[n]$ のDTFT、 $S_c[m]$ に等しいことが証明される。一方(3)で規定したとおり、 $s[n]$ のDFT、 $S_{DFT}[m]$ の自乗は、 $c[n]$ のDFT、 $C[m]$ である。すなわち、 $s_c[n]$ は $s[n]$ のたたみ込み演算で与えられるから、 $c[n]$ も $s[n]$ のたたみ込み演算に類する演算を施すことで得られると考えられる。この「たたみ込み演算に類する演算」が具体的にどのように与えられるかを(1)と(3)の結果を活用し、かつDFTの原理に立ち返り考察せよ。

練習問題 3

次の伝達関数を有するフィルタ A が与えられている。

$$H_A(Z) = \frac{Z}{Z^2 - \frac{1}{2}Z + \frac{1}{4}}$$

- (1) $H_A(Z)$ を部分分数分解せよ。
- (2) $H_A(Z)$ を表す信号線図を描け。
- (3) $H_A(Z)$ のインパルス応答 $h_A[n]$ を求め、 $n=0\sim 8$ の範囲で図示せよ。
- (4) $H_A(Z)$ をフィードフォワード型のフィルタとして構成するとき、その信号線図を描け。(ヒント：
(3)導出の過程における $n=0,1,2,\dots$ に対する $h_A[n]$ の値から、 $h_A[n]$ を n の関数として与えることを考えよ)
- (5) フィルタ A は安定なシステムと言えるか？また、その理由を述べよ。

練習問題 4

- (1) 練習問題 3 で与えた $H_A(Z)$ の逆特性(逆回路)となるフィルタ B、 $H_B(Z)$ を導出せよ。
- (2) フィルタ B の周波数伝達特性 $|H_B(Z = e^{j\omega T})|^2$ を図示せよ。
- (3) フィルタ B の特性を持つシステムの差分方程式を求め、これよりインパルス応答 $h_B[n]$ を図示せよ。また、当該システムは因果的であるかどうか議論せよ。
- (4) $h_{B'}[n] = h_B[n-k]$ なるフィルタ B' を定義する。フィルタ B' が因果なシステムとなるための k の条件を求めよ。ただし、 k は整数とする。
- (5) (3)で規定した k のうち、その絶対値が最小となる k を設定する。この場合のフィルタ B' の信号線図を描き、またフィルタ B' の伝達関数、 $H_{B'}(Z)$ を求めよ。フィルタ A とフィルタ B' とを従属接続したシステムの伝達関数を求め、ひずみの有無を議論せよ。

修正履歴

ver1.0 H18/1/25

ver1.1 H18/2/3

初版

- ・練習問題 1 の(2)にヒントを掲示。
- ・練習問題 2 の図面を修正。
- ・練習問題 2 (1) の図描画範囲を $n=-5 \sim 20$ に指定
- ・練習問題 2 (1) のたたみ込み演算の定義式の誤りを修正。

$$\text{(誤)} s_c[n] = \sum_{k=0}^{N-1} s[k]s[n-k] \quad \text{(正)} s_c[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s[k]s[n-k]$$

- ・練習問題 4 (1) の「逆特性」の定義を補足。